משוואת דיפרנציאליות רגילות ח' (104131)

בוחן אמצע לסמסטר חורף תשס"ד - מילואים

פרטי הסטודנט

שם משפחה ..... שם פרטי .....

מספר תעודת זהות ..... פקולטה .....

הוראות: אורך הבוחן שעתיים ורבע והוא כולל שבע שאלות. לכל שאלה בחר **רק תשובה אחת** וסמן אותה בעיגול. בסיום הגש רק את הבוחן (בלי המחברת). אסור להשתמש בדפי עזר, במחשבון או בטלפון. **ב ה צ ל ח ה !**

שאלה 1. הפתרון הכללי של המשוואה $\frac{dy}{dx}=\frac{\sin^2 y-x^2}{x\sin 2y-x^2}$ הוא:

א. $y=x^2+\sin 2y+C$ ב. $y=\sin^2 y+2x^2+C$

ג. $y=x+\frac{\sin^2 y}{x}+C$ ד. $y=\frac{\sin 2y}{x}+x^3+C$ ה. $y=\frac{\sin 2x}{y}+x^3+C$

(תזכורת: לכל a מתקיים $\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$, $\sin 2a=2\sin a\cos a$)

שאלה 2. נתונה המשוואה $y'=(y-\arctan x-\frac{\pi}{2})(y-\arctan x+\frac{\pi}{2})f(x,y)+\frac{1}{1+x^2}$, באשר הפונקציה $f(x,y)$ והנגזרת $\partial f/\partial y$ רציפות בכל נקודה (x,y). יהי $y(x)$ פתרון של המשוואה המקיים $y(0)=0$ ומוגדר לכל x. אז הפונקציה $y(x)$ בהכרח:

א. יורדת. ב. עולה. ג. מתאפסת רק פעם אחת. ד. מתאפסת אינסוף פעמים. **ה.** חסומה.

(עצה: מצא למשוואה שני פתרונות שאינם תלויים בפונקציה $f(x,y)$ וצייר אותם)

שאלה 3. פתרון המשוואה $y'=(y+\frac{3}{x})y+\frac{3}{x^2}$ המקיים את התנאי $y(1)=-2$ הוא:

א. $y=-\frac{3}{x}+\frac{x^3+1}{x+1}$ ב. $y=\frac{3}{x}-\frac{10}{x^3+1}$ ג. $y=\frac{x^2+2x}{3}-\frac{3}{x}$

ד. $y=\frac{2}{x^3+x}-\frac{3}{x}$ ה. $y=\frac{1}{2x^3-x}-\frac{3}{x}$

שאלה 4. הפונקציה $y = xe^{-x} + 3e^{x}\cos 2x + 2$ היא פתרון של המשוואה הדיפרנציאלית:

א. $y^{(5)} - 2y^{(4)} + y''' + 2y'' - y' = 0$ **|ב.|** $y^{(5)} + 2y''' + 8y'' + 5y' = 0$

ג. $y^{(4)} - 2y'' + 8y' - 5y = 0$ ד. $y^{(4)} + 2y''' + 3y'' - y' - y = 0$

ה. $y^{(5)} - 3y''' + 5y'' - 2y' + y = 0$

שאלה 5. אחד הפתרונות של המשוואה $x^2y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0$ הוא $y_1 = x$.

אז הפתרון שלה המקיים את התנאים $y(1) = 0\ ,\ y'(1) = e$ הוא: א. $y = x^3(e^x - e)$

ב. $y = e^x(x^2 - x)$ ג. $y = e^x(x-1)$ **|ד.|** $y = x(e^x - e)$ ה. $y = x(2e^x - 2)$

שאלה 6. פתרון המשוואה $y' = \dfrac{1}{x\tan y + e^{5\sin y}}$ העובר בנקודה $(1,0)$ נתון על-ידי:

א. $x = \dfrac{4e^{5\sin y} + 1}{5\cos y}$ ב. $x = \dfrac{\cos y + e^{5\sin y}}{2}$ **|ג.|** $x = \dfrac{4 + e^{5\sin y}}{5\cos y}$

ד. $x = e^{5\sin y} + \tan y$ ה. $x = \dfrac{5e^{5\sin y} - \sin y}{5\cos y}$

שאלה 7. העקום הניצב למשפחת העקומים $x^2 + y^2 = Cx$ ועובר בנקודה $(0,2)$ הוא:

|א.| $x^2 + y^2 = 2y$ ב. $x^2 - y^2 = -2y$ ג. $x^2 + 2y^2 = 4y$

ד. $x^2 - 2y^2 = -4y$ ה. $x^2 + y^2 = 4$

- סוף הבוחן -